

Matemáticas en los caminos de Santiago



JULIO RODRÍGUEZ TABOADA

Día Escolar de las Matemáticas

12 de mayo de 2022



Federación
Española de
Sociedades de
Profesores de
Matemáticas

Imagen de portada: Códice Calixtino (siglo XII), considerado la primera guía del Camino de Santiago. Museo de la Catedral



Introducción. Un poco de historia

Para comprender la magnitud del Camino de Santiago es necesario remontarse más de mil años atrás, concretamente a la tercera década del siglo VIII, cuando el eremita Paio encuentra la supuesta tumba del apóstol Santiago y dos de sus discípulos en tierras gallegas. A través de Teodomiro, obispo de Flavia, la noticia llega a la corte de Alfonso II, rey de Asturias, quien decide viajar hasta Compostela, convirtiéndose en el primer peregrino. El rey promovió además la construcción del templo que habría de albergar los restos del apóstol, germen de la actual catedral de Santiago de Compostela, cuyas obras comenzaron en el año 1075.

El crecimiento del número de peregrinos, motivado por la implicación de diversas órdenes religiosas, motivó el desarrollo de una gran actividad cultural y económica alrededor de la ruta jacobea. El año 1179 marca un hito en la historia del camino de Santiago, pues el papa Alejandro III decreta que serán años santos compostelanos (años jacobeos) todos aquellos en los que el 25 de julio (día del apóstol Santiago) coincida en domingo.

A lo largo de los siglos posteriores, el Camino de Santiago se convirtió en la principal ruta cultural de Europa, contribuyendo al nacimiento del románico, la construcción de las principales catedrales góticas de España, la fundación y desarrollo de pueblos, ciudades y comunidades que hoy destacan por su patrimonio histórico, el intercambio de ideas, de bienes culturales y comerciales entre los lugares que atraviesa. Puedes conocer más detalles sobre los orígenes y la evolución del camino en la web:

<<https://www.caminodesantiago.gal/es/descubre/origenes-y-evolucion/de-los-primeros-peregrinos-a-la-actualidad>>.

Este protagonismo de la ruta jacobea fue reconocido por la UNESCO en 1993, que declaró como Patrimonio de la Humanidad al conjunto de rutas de peregrinación que van desde los Pirineos hasta Santiago de Compostela, lo que hoy conocemos como Camino Francés. Este reconocimiento fue ampliado en dos ocasiones: en 1998, incluyendo los tramos del camino que recorren territorio francés, y en 2015, incluyendo en la distinción los «Caminos de Santiago de Norte de la Península». En la web de la UNESCO puedes encontrar información completa sobre los criterios que sostienen esta decisión <<https://whc.unesco.org/en/list/669>>.

Actividad 1. Años santos

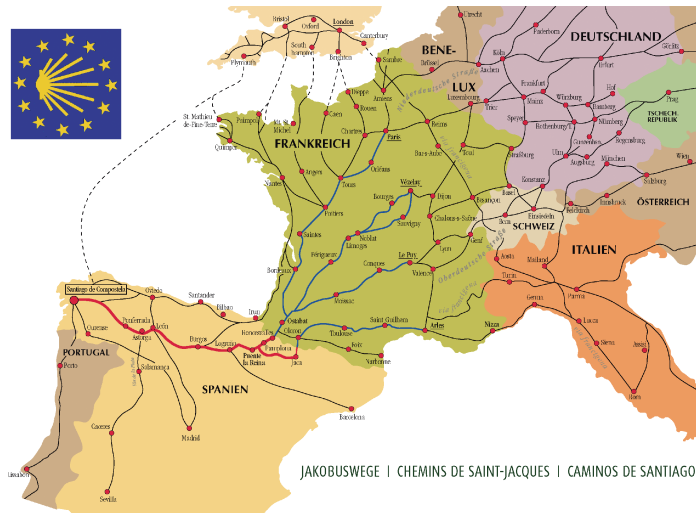
Se considera que un año es año jacobeo o año santo compostelano cuando el día 25 de julio es domingo.

- ¿Cuántos años han de pasar entre dos años jacobeos consecutivos? ¿Es ese período siempre el mismo? Explica la serie que seguirán los años santos compostelanos.
- Sabiendo que el último año jacobeo del siglo xx fue el 1999, calcula la probabilidad de que un año del siglo xxi elegido al azar sea santo.
- El año santo romano se celebra cada 25 años desde 1450. ¿Cuál será el próximo año santo romano y compostelano al mismo tiempo?

Algunos números en el camino

A la hora de realizar nuestro acercamiento matemático al camino jacobeo, podemos preguntarnos qué tipo de relaciones habrá entre la ruta y esta ciencia. Lo primero en lo que centraremos nuestra atención es en el elemento matemático por excelencia: el número. Con el número podemos contar, medir, estimar, calcular proporciones, tasas, ratios... , y veremos que la ruta jacobea ofrece múltiples contextos para ello.

Conocer la longitud real del conjunto de rutas que componen la red del camino es muy difícil, pues continuamente se van uniendo nuevas ramificaciones o extensiones a las vías existentes. Baste decir que solo en la península ibérica existen más de diez mil kilómetros de caminos de Santiago señalizados como tales. Sin embargo es posible conocer con detalle las características de las principales rutas: Camino Francés, Camino de Invierno, Camino Inglés, Vía de la Plata, Camino del Norte, Camino Primitivo, Camino Portugués y Camino de Fisterra.



Actividad 2. Tu propio camino (trabajo en grupo)

En la presente actividad deberéis diseñar el camino jacobeo desde vuestra localidad hasta Compostela, dividido en etapas y diferenciando entre dos posibilidades: una ruta a pie y otra en bicicleta. Para ello habréis de tener en cuenta los siguientes datos:

- Distancia total hasta Compostela.
- Distancia recomendable para cada etapa (atendiendo a cada modalidad).
- Orografía de las etapas. Pendiente, desnivel total.
- Poblaciones de salida y llegada para cada etapa (las personas que peregrinan han de tener lugares donde reponer fuerzas y descansar).
- Monumentos y lugares de interés.

Como recurso podéis emplear la herramienta Google Maps y tomar como ejemplo la planificación de las rutas que hacen en la web <www.pilgrim.es>. El trabajo deberá incluir una breve descripción de cada etapa y el perfil de la misma.



Cuando pensamos en peregrinos, nos viene a la mente una imagen de caminantes cargados con mochilas que recorren enormes distancias sin más ayuda que la fuerza de sus propias piernas. Sin embargo

cada vez son más las personas que recorren la ruta jacobea en bicicleta, modalidad que permite afrontar etapas más largas y conocer las rutas jacobeanas en su totalidad. Sirva como ejemplo que se recomienda algo más de un mes para recorrer todo el Camino Francés a pie, mientras que en bicicleta no serían necesarias más de 2 semanas.

A pesar de que la mayor parte de los peregrinos adaptan su viaje a las etapas predefinidas, existen personas que quieren que su paso por la ruta jacobea sea especial, marcar un hito en la historia de las peregrinaciones. Este es el caso del ciclista donostiarra Mikel Azparren, quien, tras un par de intentos previos consiguió la hazaña de realizar el recorrido total del Camino Francés (Roncesvalles-Santiago de Compostela) en menos de un día, concretamente en 23 horas y 48 minutos.

Actividad 3. Un camino de récord

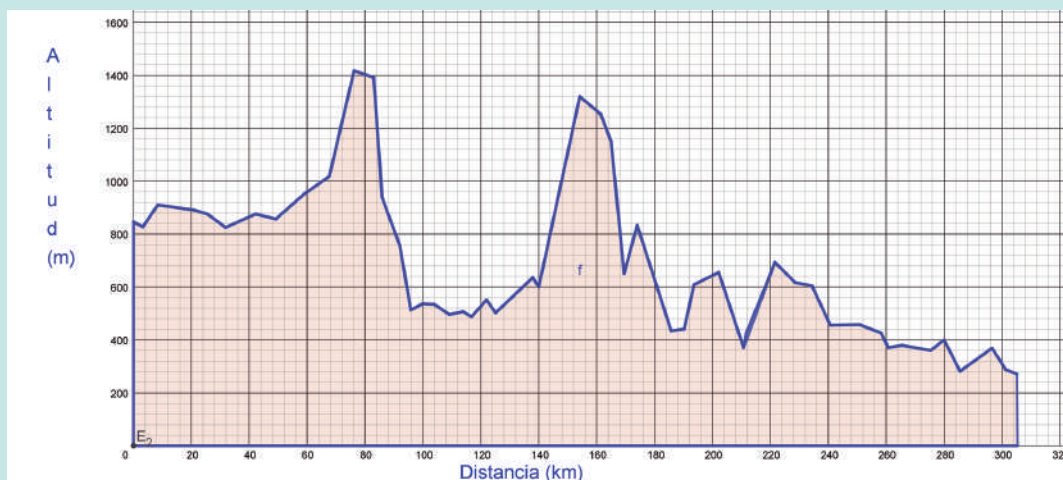
Uno de los principales aspectos técnicos que debe tener en cuenta un ciclista a la hora de afrontar un reto como este es la correcta selección de los desarrollos a utilizar. Esta elección determina aspectos como la longitud que avanzamos en cada pedalada o la fuerza necesaria para pedalear. El resultado de dividir el número de dientes del plato entre el número de dientes del piñón es igual al número de vueltas que da la rueda de la bicicleta en cada pedalada. Sabemos que el plato mayor de la bicicleta de Mikel Azparren tenía 53 dientes y el menor 39, mientras que el piñón mayor era de 28 dientes y el menor de 11. Sabemos además que el diámetro de sus ruedas es de 70 cm.

a) ¿Cuál sería el número mínimo de pedaladas que necesitaría el ciclista para recorrer los 751 km que separan Roncesvalles de Compostela? ¿Y el máximo?

b) Durante un largo tramo llano en Castilla, el ciclista llevaba un ritmo constante de pedaleo de 70 rpm con el plato grande y el piñón pequeño, ¿cuál era su velocidad (en km/h) en ese tramo?



c) La siguiente gráfica muestra el perfil del recorrido del camino desde León a Compostela. Dibuja una gráfica que muestre como variaría la velocidad del ciclista a lo largo de este tramo (se trata de trabajar la estimación, no de buscar precisión en los resultados). ¿Qué relación observas entre ambas gráficas?

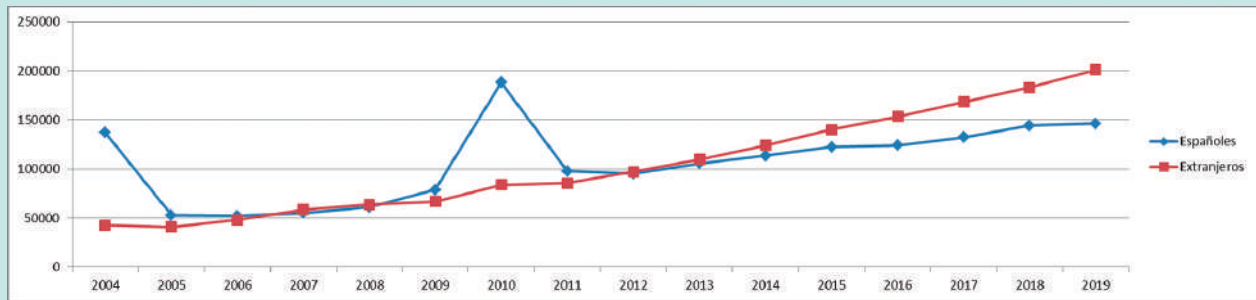


Otro de los principales aspectos matemáticos asociados a los caminos de Santiago es el relativo a la cantidad de personas que realizan la ruta jacobea cada año, dato que puede completarse atendiendo a numerosas variables: nacionalidad, camino elegido, punto de partida, medio elegido para peregrinar, edad de los peregrinos, si viaja en solitario o en grupo, número de veces que ha realizado el camino, etc. La estadística ayuda a procesar esta información, permitiéndonos adoptar medidas en función de las necesidades de las personas que recorren las distintas vías: prever posibles picos de afluencia y adaptar las posibilidades de alojamiento y apoyo a la afluencia de peregrinos, reforzar algunos tramos concretos en función de los puntos de partida preferidos por los usuarios, así como la seguridad vial en momentos y zonas concretas, etc.

La dispersión y la extensión de la red de caminos motivan que muchas de las personas completen solo una parte de la ruta, que dividan su peregrinaje en varios años, que algunas no se alojen en la red oficial de albergues, lo cual dificulta la recopilación de datos reales sobre el número y las características de los peregrinos. Sin embargo, sí contamos con datos exactos y concretos sobre aquellas personas que reciben la «Compostela», la credencial emitida por la Oficina de Peregrinaciones de la Catedral de Santiago (estos datos pueden consultarse en la web <<https://oficinadelperegrino.com/estadisticas/>>).

Actividad 4. Datos, caminos y más peregrinos

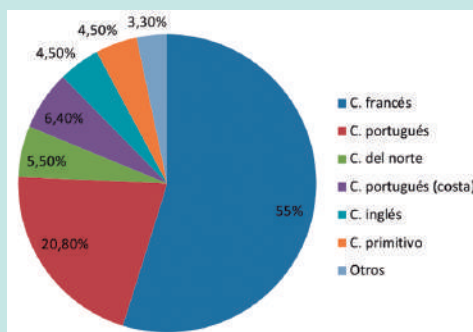
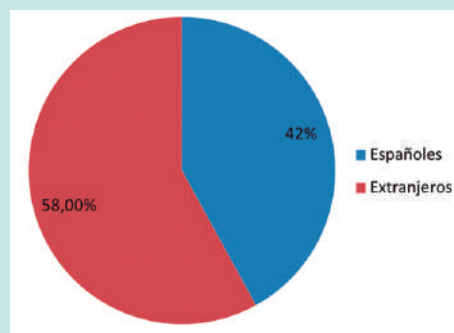
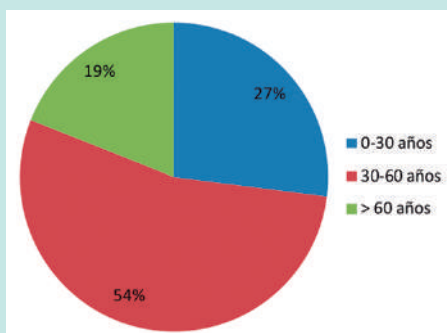
En la siguiente gráfica podemos ver la evolución del número de peregrinos españoles y extranjeros que obtuvieron la credencial correspondiente en Santiago.



- Indica las principales características de cada una de las gráficas, señalando las similitudes y diferencias más destacables.
- ¿Qué pasa en los años 2004 y 2010? ¿Por qué piensas que afecta más a una gráfica que a la otra?
- ¿En qué años hay aproximadamente tantos peregrinos españoles como extranjeros? ¿Crees que en los próximos años habrá más turistas españoles o extranjeros? ¿Por qué?

Actividad 5. La misa del peregrino

Los siguientes diagramas de sectores muestran la distribución de los peregrinos en el año 2019, atendiendo a su edad, procedencia y camino elegido.



Suponemos que un domingo asisten 900 personas a la misa de peregrino, las cuales siguen la distribución mostrada en cada gráfico.

- ¿Cuántos asistentes habrán llegado a Santiago por el Camino Portugués?
- ¿Cuántos de los asistentes que han elegido el Camino Francés son mayores de 60 años?
- ¿Es mayor el número de asistentes menores de 30 o de extranjeros que han llegado recorriendo el Camino Francés?
- Si en la cola para entrar por la puerta santa hay 30 personas que han hecho el Camino Portugués, ¿cuántas personas estimas que habrá en esa cola?

Entre las diferentes vivencias que nos ofrece el Camino de Santiago, una de las más valoradas por todos los peregrinos es la posibilidad de conocer y compartir experiencias con personas de otros países, edades, religiones, con distintas motivaciones para peregrinar, lo cual aporta una importante dimensión social y afectiva al recorrido de estas rutas. La mayoría de los albergues del camino tienen habitaciones múltiples, en las que se forjan contactos y amistades que durarán años.

Actividad 6. El albergue

Tres peregrinos llegan a Compostela y han de compartir habitación en un albergue. Basándote en la información de los gráficos de la actividad anterior, calcula la probabilidad de que:

- Ninguno haya llegado por el Camino Francés.
- Alguno de ellos sea extranjero.
- Alguno sea menor de 30 años y haya venido por el Camino Francés.
- Solo dos sean mayores de 69 años.



Arte, patrimonio y matemáticas

Si hay alguna característica que hace del camino de Santiago una ruta cultural inigualable, esta reside en el patrimonio artístico que jalona todas y cada una de las etapas de las distintas rutas jacobeanas. A lo largo de los años, los peregrinos fueron testigos de la construcción de las primeras iglesias románicas, a las que siguieron catedrales góticas, palacios, monasterios, universidades, hospitales, albergues..., todo tipo de construcciones religiosas y civiles que hoy en día constituyen una parte fundamental del patrimonio artístico español y europeo.

Resultaría inabarcable el estudio exhaustivo de las conexiones matemáticas presentes en el patrimonio de la ruta jacobea, por lo que mostraremos una serie de ejemplos y actividades que permitan al alumnado conocer parte de estas relaciones. Algunas de las actividades seleccionadas son fácilmente transferibles, por lo que recomendamos a los docentes que, siempre que sea posible, las adapten al entorno de su alumnado.

Actividad 7. Geometría 3D en Frómista

La iglesia de San Martín de Tours, fue construida en la localidad palentina de Frómista en el siglo XI, y está considerada como uno de los principales prototipos del románico europeo. Sus formas simples y bien definidas la convierten en el ejemplo ideal para trabajar la búsqueda de elementos geométricos en el arte.

Las siguientes fotografías muestran las vistas frontal y posterior de la iglesia de San Martín.



- Describe y clasifica los elementos geométricos (líneas, ángulos, polígonos, superficies, planos, figuras tridimensionales...) que puedas ver en esta construcción.
- Encuentra las relaciones existentes entre dichos elementos: semejanza, simetría, paralelismo, perpendicularidad, cortes, tangencias, etc.).
- Construye, con ayuda del software GeoGebra3D <www.geogebra.org/3d?lang=es> o de algún material manipulativo, los principales elementos tridimensionales que componen esta iglesia. Intenta reproducir alguna parte o la totalidad de la misma.
- Elige un edificio representativo de tu localidad y realiza las actividades anteriores sobre el mismo. ¿Encuentras grandes diferencias en los elementos protagonistas?

Una de las características diferenciales de los templos románicos es el arco de medio punto, el cual limitaba la amplitud de las puertas y ventanas, favoreciendo un ambiente de penumbra, el ideal para el recogimiento y la oración, según la iglesia de la época. Puede parecer que este elemento arquitectónico supone una limitación para la decoración de fachadas, portadas y ventanales de las iglesias románicas, pero veremos cómo la habilidad de los maestros canteros les permitió superar este obstáculo y crear obras de arte eternas, con el semicírculo como protagonista.



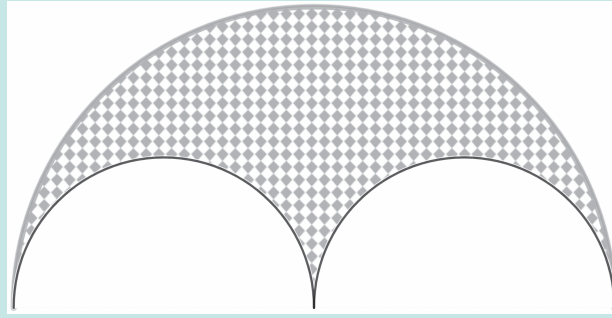
En las imágenes anteriores podemos ver ejemplos de algunas técnicas empleadas por los maestros canteros: la colocación de arcadas concéntricas (arquivoltas), incluir arcos más pequeños a lo largo del arco principal (arco polilobulado) o bien incorporar líneas poligonales (zigzag), que rompen la estética lineal del arco clásico de medio punto.

Actividad 8. Maestros canteros

Para realizar esta actividad has de convertirte en un maestro constructor, aunque contarás con la tecnología actual para crear tus obras. Algunas herramientas de GeoGebra, como el trazado de semicircunferencias, arcos de un ángulo dado, rotaciones o simetrías, facilitan enormemente el diseño de este tipo de elementos arquitectónicos. Puedes ver unos sencillos ejemplos en el enlace <www.geogebra.org/m/hcaVAKKV#material/FK5e6puu> (trabajo de Vicente Martín Torres López).

- Construye, con ayuda de GeoGebra, un arco de medio punto polilobulado con 9 lóbulos iguales y otro con dos arcadas concéntricas y un diseño en zigzag entre ellas. ¿Qué transformación geométrica convierte cada uno de los lóbulos en el siguiente?
- Para nuestra nueva creación queremos colocar un adorno de mármol en el interior de un arco tal y como se muestra en el siguiente dibujo (el mármol sería la zona gris). Si el diámetro del arco mayor es de 4 metros y el precio del mármol es de 200 maravedíes por m^2 , ¿cuánto nos costará?



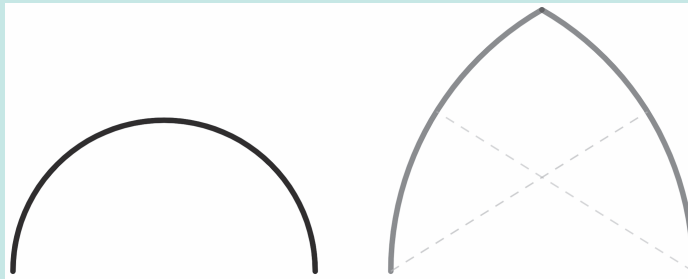


- c) Un aprendiz con poca experiencia nos comenta que quedaría más bonito si en vez de dos arcos pequeños hacemos tres, sin darse cuenta de que eso encarecería la obra. ¿Cuánto costaría ahora el mármol? Intenta buscar una fórmula que nos permita saber el precio del mármol en función del número de arcos interiores.
- e) Si la ecuación de la circunferencia que forma el arco mayor de la figura del apartado b) es $x^2 + y^2 = R^2$, calcula las ecuaciones de las circunferencias que forman los arcos interiores. (Esta actividad está reservada a los maestros canteros de bachillerato)

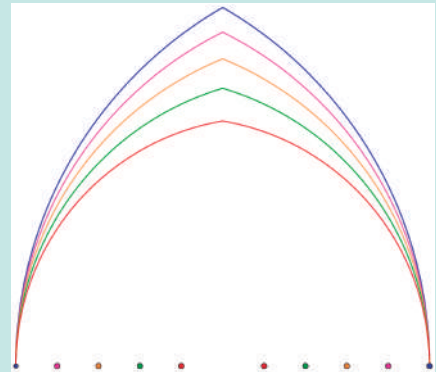
En los edificios del románico tardío y, principalmente, del gótico, aparece un nuevo tipo de arco, el llamado ojival, que permitió la construcción de puertas y ventanas más amplias, impulsando la aparición de iglesias y catedrales más altas, llenas de luz. Estos elementos arquitectónicos están compuestos por dos arcos de circunferencias con distinto centro, los cuales se cortan en el punto central, que se corresponde con el más alto del mismo.

Actividad 9. La evolución del arco

- a) Comparamos un arco de medio punto con otro ojival con centros en los dos puntos de apoyo. Si sabemos que la anchura de ambos arcos es de 2 metros ¿cuánto mayor es la superficie que abarca cada uno de ellos?



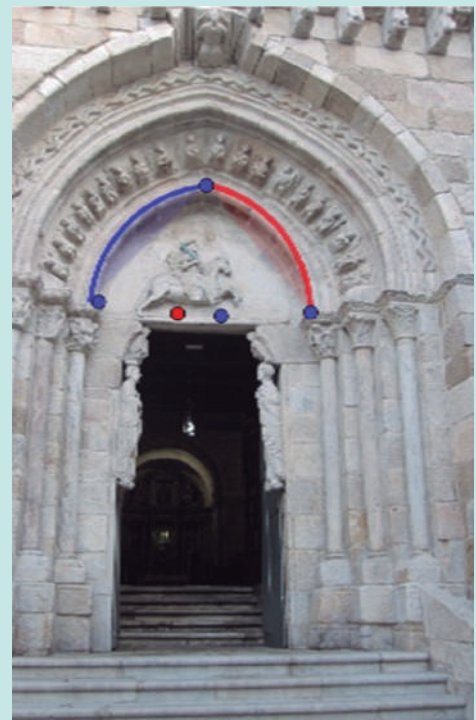
- b) ¿Son todos los arcos de medio punto semejantes desde el punto de vista geométrico? ¿Y los arcos ojivales? ¿Sería posible construir un arco apuntado de igual ancho que el del apartado anterior pero con el doble de altura?
- c) ¿Cómo podemos saber dónde están situados los centros de un arco apuntado a simple vista? Si dibujas la siguiente imagen sobre un plástico transparente, no tienes más que moverla ante tus ojos hasta que uno de los arcos de la misma coincida con el que estás estudiando.



Además del apuntado y del de medio punto, existen muchos otros tipos que, en menor medida, también podemos encontrar a lo largo de nuestro peregrinaje (en la web <<https://www.arkiplus.com/tipos-de-arcos-en-arquitectura/>> hay una relación muy completa de los mismos).

Actividad 10. A la caza del arco

Esta actividad consiste en un «safari virtual», en el que tendrás que buscar imágenes de arcos de distintas clases en edificios situados a lo largo del Camino de Santiago. Una vez encontradas las imágenes, deberás reproducir el arco con GeoGebra, tal y como puedes ver en los siguientes ejemplos.

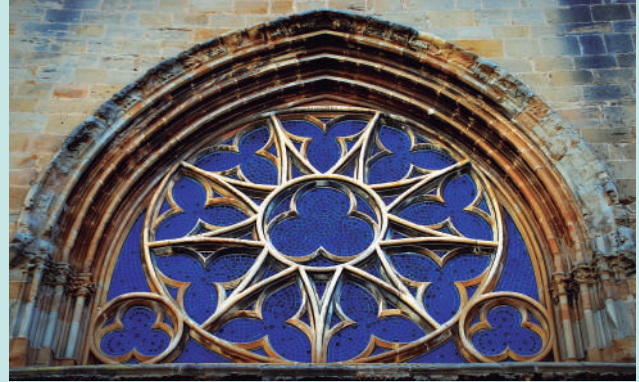
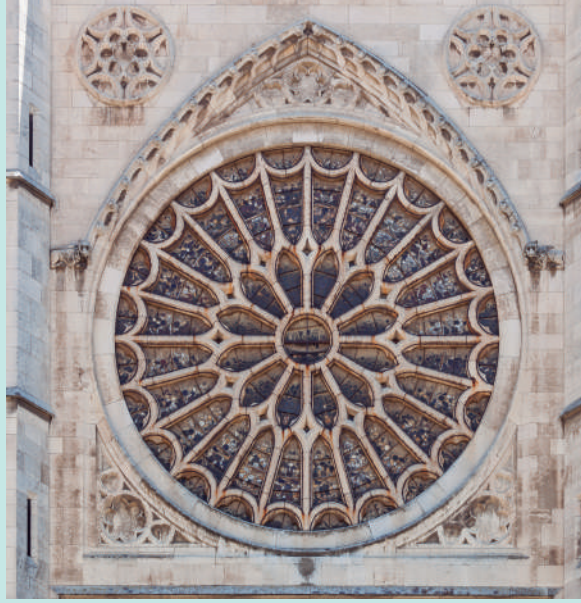


Como has podido ver hasta ahora, la conexión de la arquitectura con las matemáticas está presente en todos los monumentos que podemos encontrar a lo largo de la ruta jacobea; aunque no son los arcos el único elemento en el que podemos disfrutar de ella. La incorporación de la luz como un ornamento más en la decoración de los edificios góticos trajo consigo el protagonismo de otro elemento arquitectónico con gran contenido geométrico: las vidrieras y, en particular, los rosetones. Las amplias aberturas que permitían los arcos apuntados invitaban a los maestros vidrieros a incorporar el color y la luz al interior de los templos, creando conjuntos maravillosos como los que podemos ver en las catedrales góticas de Burgos o León.



Actividad 11. Geometría y luz

Los rosetones son elementos arquitectónicos creados a partir de una ventana circular que se adorna con distintos elementos geométricos. En las siguientes imágenes podemos ver los de la catedral de León y de la iglesia de Santa María de Olite.



- Identifica los elementos geométricos que puedes ver en cada uno de ellos, indicando las relaciones entre los mismos (posiciones relativas, semejanza, tangencia, etc.).
- Indica cuántos ejes de simetría tiene cada uno de los rosetones. ¿Tienen ambos simetría de giro? ¿De qué ángulo?
- Muchos de los rosetones que podemos observar a lo largo del camino están creados a partir de un elemento generador, sobre el que se aplican giros y simetrías sucesivas hasta completar toda la figura. ¿Cuál sería este elemento en el rosetón de la catedral leonesa?
- Construye tu propio rosetón gótico a partir de un elemento generador, con ayuda del software GeoGebra.

Las relaciones entre el patrimonio cultural y las matemáticas que hemos mostrado en este documento no son más que una pequeña parte de lo que cualquier peregrino puede encontrar a lo largo de la ruta jacobea: puentes, murallas, construcciones tradicionales, castros, pallozas, cruceiros, enrejados, mosaicos o las mismas plantas que crecen en las lindes del camino son ejemplos de lo mucho que quedaría por descubrir. Animamos a todo el alumnado y profesorado a explorar algunos de ellos, convencidos de que ese trabajo les ayudará a entender, valorar y apreciar las matemáticas.

Actividad 12. Ruta jacobea matemática (actividad colaborativa)

MathCityMap es una aplicación libre desarrollada dentro del proyecto MoMaTrE (Mobile Math-Trails in Europe), dentro del cual la FESPM ha tenido una participación importante. Con esta aplicación se han creado numerosas rutas matemáticas por España, algunas de las cuales coinciden con localidades por las que pasa alguno de los caminos de Santiago. Os proponemos como actividad el llenar los caminos de rutas matemáticas: tanto si resides en alguna zona de la ruta jacobea como si decides recorrer algunas etapas, utiliza MathCityMap para crear tu ruta y así poder compartirla con peregrinos, estudiantes y docentes de todo el mundo.



Compostela, matemáticas al final del camino

Tras nuestra peregrinación por la red de rutas jacobeanas, llegamos a nuestro objetivo, Santiago de Compostela, ciudad llena de arte, historia, encanto y con alguna que otra sorpresa matemática. Comenzaremos visitando el lugar en el que confluyen la mayoría de las personas que peregrinan a Santiago: la catedral. Dado que nos encontramos en un año santo, podremos ingresar a ella por la Puerta Santa, a la que se accede desde la Praza da Quintana, la cual solo permanece abierta en cada año jacobeo.

Actividad 13. Haciendo cola con productos notables

La cantidad de peregrinos que acuden cada año a Compostela hace que sean habituales las colas en la Praza da Quintana, esperando el turno para acceder a la catedral. Mientras esperamos podemos observar bajo nuestros pies una curiosidad matemática, en el enlosado de piedra de la plaza: una demostración geométrica.



- ¿Qué propiedad algebraica se demuestra en esta imagen? Diseña demostraciones geométricas para los otros productos notables que conoces. ¿Podrías crear una demostración semejante para el cubo de un binomio?
- Esta plaza también es famosa porque en ella se celebran numerosos conciertos dentro del programa de fiestas del Apóstol. Si tuvieses que organizar un concierto de tu artista favorito en la Quintana, ¿cuántas entradas estimas que podrías poner a la venta? (no se tendrán en cuenta las limitaciones COVID).

Pero si existe alguna imagen emblemática de la catedral de Santiago, esta es la de su fachada oeste, la que preside la Praza do Obradoiro. Esta fachada de estilo barroco, junto con la torre del reloj de la misma catedral, son las obras cumbre del arquitecto gallego Domingo Antonio de Andrade, otra de cuyas obras protagonizará la siguiente actividad. En el Obradoiro podemos observar otra curiosidad que muestra la conexión arquitectura-matemáticas: los cuatro edificios que delimitan la plaza son la catedral (estilo barroco en esta fachada, edificio religioso), el Colegio de San Xerome (fachada románica, rectorado de la universidad), el Pazo de Raxoi (fachada neoclásica, sede del Concello de Santiago) y el Hostal de los Reyes Católicos, antiguo Hospital del Peregrino (fachada plateresca). Todos ellos, construidos en diferentes épocas y pertenecientes a distintos estilos arquitectónicos presentan una clara simetría central, elemento geométrico empleado por instituciones de todo tipo para transmitir sensación de equilibrio, de estabilidad, de permanencia.

Ya que nos hemos referido a Domingo de Andrade, nos detendremos un momento para admirar otra de sus obras más sorprendentes, una joya que esconde el enorme patrimonio compostelano. Nos referimos a la triple escalera helicoidal del convento de San Domingos de Bonaval, sede actual del Museo do Pobo Galego. Esta escalera asombra por su ligereza y esbeltez, a pesar de estar construida con un material tan pesado como el granito. Ello se debe a que los escalones están apoyados únicamente en el muro exterior.

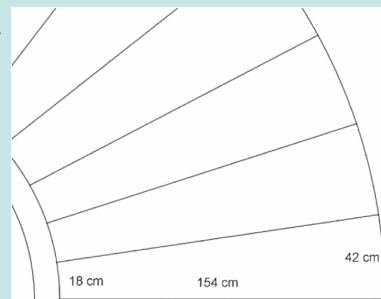


La forma de este elemento arquitectónico nos muestra la solución ideal, desde el punto de vista matemático, a dos problemas técnicos. Por un lado la curva descrita por la escalera tiene curvatura constante, es decir, podríamos «recorrerla con un coche imaginario sin mover el volante». Eso posibilita que los escalones tengan la misma forma, pues todos ellos giran el mismo ángulo. Por otro lado esta curva es la geodésica en un cilindro como la torre, esto es, la que va de un punto a otro de la pared recorriendo la mínima distancia. Esta propiedad es muy fácil de ver en el siguiente gráfico, si tenemos en cuenta que la distancia más corta entre dos puntos de un folio es una recta, y al enrollar un folio construimos un cilindro. Puedes conocer más secretos de esta escalera en el vídeo <www.youtube.com/watch?v=_M_BZhJsoA4>.

Actividad 14. La fórmula Andrade

Las imágenes anteriores nos muestran dos vistas de la triple escalera de Bonaval, en ellas podemos percibir que se trata de tres elementos encerrados en una torre cilíndrica y que las tres tienen diferente altura aunque comparten todos los aspectos métricos y materiales.

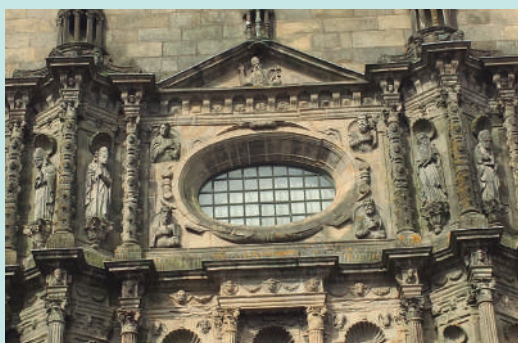
- Este tipo de escaleras se conocen comúnmente como «de caracol». ¿Qué diferencias y similitudes encuentras entre la curva de las conchas de los caracoles y la descrita por las escaleras? ¿Qué nombre recibe cada una de ellas?
- Una de las ventajas de este diseño es que es posible construir todos los escalones con la misma forma. Sabemos que la altura de cada escalón es de 19 cm y su parte superior tiene las medidas mostradas en el esquema. Además los escalones están enterrados unos 60 cm en el muro. ¿Cuál sería el peso aproximado de cada escalón si la densidad del granito es de $2,75 \text{ g/cm}^3$?
- Para dar una vuelta completa a la circunferencia de la torre hemos de recorrer 45 escalones. ¿Cuánto giramos con cada paso que damos en esta escalera? ¿Cuál será el diámetro de la torre? ¿Y el de la circunferencia interior de la escalera?
- Para facilitar la subida hay dos pasamanos, uno en el exterior de la escalera y otro en el interior, que suben paralelos a la escalera. ¿Cuál será la pendiente de subida de cada uno de ellos?



En nuestro recorrido por el casco histórico compostelano encontramos algunos elementos geométricos poco habituales en las ciudades monumentales. Uno de ellos está en la iglesia de San Martiño Pinario, que forma parte del monasterio del mismo nombre, situado frente a la fachada norte de la catedral. En la entrada principal de esta iglesia nos encontramos con una ventana elíptica, forma que coincide con la pequeña plaza que da acceso al interior del templo.

Actividad 15. Focos jacobeos

- La ventana frontal de la iglesia de San Martiño está cuadrículada, tal y como puedes ver en la fotografía. Tomando cada cuadrado como unidad, ¿cuál sería la superficie que estimas para esta ventana? Comprueba posteriormente el error que has cometido empleando la fórmula correspondiente.
- La plaza que encontramos delante de la iglesia tiene forma elíptica, diseña un método para calcular los focos de dicha elipse, sin más ayuda que una cuerda (y un poco de paciencia).



Nuestra visita a Santiago está terminando, pero no podemos dejar la ciudad sin asistir a uno de los momentos más espectaculares que todo peregrino puede disfrutar: el funcionamiento del botafumeiro de la catedral. Se trata de un enorme incensario de más de 60 kilos de peso, que se balancea de un lado a otro de la nave transversal, frente al altar mayor de la iglesia. Los responsables de todo el proceso de puesta en movimiento son los «tiraboleiros», que dirigen este artefacto sin más ayuda que la de unas cuerdas (y un inteligente sistema de poleas).

El empleo del botafumeiro nace como solución a un problema concreto: el mal olor existente en el interior de la catedral. En la Edad Media, muchas de las personas que peregrinaban a Compostela no contaban con la posibilidad de dormir en una fonda u hostel y pernoctaban en la misma catedral. La mayoría de ellos, además, llevaban días recorriendo el camino a pie y su higiene corporal no era la deseable. Por ello las autoridades eclesiásticas idearon un sistema que permitiese que el humo del incienso llegase a todos los rincones del templo: el botafumeiro. Hoy en día su empleo no es más que una tradición y un atractivo turístico más de la ciudad.

Actividad 16. El botafumeiro

El funcionamiento de este artefacto no es sencillo y se basa en un método conocido como «de bombeo paramétrico», que fue estudiado por Galileo cuando el incensario compostelano llevaba ya varios siglos en activo. Se cree que los compostelanos llegaron a las conclusiones que más tarde respaldaría la física sin otro método que el de ensayo-error. Esta actividad consistirá en el visionado del vídeo <<https://www.youtube.com/watch?v=uk6F0SH2QQM>>, con el que entenderás la complejidad del problema y la sencillez de la solución.



Conclusión: algo de mates en la mochila

Este documento nace sin otro objetivo más que mostrar que nuestro entorno es el principal recurso que tenemos para enseñar y aprender matemáticas. No se busca reducir el disfrute de la visita a una catedral o un monumento a una búsqueda de elementos y propiedades geométricas o numéricas, sino de complementar la mirada tradicional con otra hecha a través de «gafas matemáticas». Estas «gafas» nos darán una perspectiva más completa, más amplia, ayudándonos a disfrutar de una manera diferente nuestro paso por el camino.

Somos conscientes de que solo mostramos unas pocas pinceladas de todo lo que el Camino de Santiago podría aportar; pero esa es precisamente nuestra intención, que este cuaderno sean los primeros pasos de un camino en el que cada persona podrá decidir sus etapas, sus paradas e incluso su destino. Esperamos que tanto docentes como estudiantes disfruten y aprendan llevando siempre algo de matemáticas en su mochila.